

振宗老師：

各位同學在這陣子透過重點整理，歷屆試題分析考前猜題及模擬考的準備，對於如何面對考試應該已經胸有成竹了。老師要提醒各位同學越接近考試衝刺時間越要放鬆，把最好的實力發揮出來，再複習一次老師上課強調的重點整理，一定要運用時間練習考古題，最後再調整應考的生理時鐘，千萬不要輕易放棄，才能獲得好成績，各位同學只有堅持到最後成功必屬於你！

## 高中數學公式總整理

1. 雙重根號化簡： $a \geq b \geq 0$   $\sqrt{a+b \pm 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$

2. 絕對值的性質： $a, b \in \mathbb{R}$  滿足  $|a+b| \leq |a| + |b|$  (三角不等式，等號成立時  $ab > 0$ )

3. 頂點公式：二次函數  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )，頂點在  $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ ，若  $a > 0$  則開口向上有最小值反之

有最大值，若  $a > 0$  且判別式  $D = b^2 - 4ac < 0$  則有  $f(x)$  恆正或若  $a < 0$  且判別式  $D < 0$  則有  $f(x)$  恆負

4. 餘式定理：多項式  $f(x)$  被一次式  $ax + b$  所除的餘式為  $f\left(-\frac{b}{a}\right)$

5. 對數公式：①  $\log_a r + \log_a s = \log_a rs$ ，②  $\log_a r - \log_a s = \log_a \frac{r}{s}$

③  $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$  ④  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ，其中  $c > 0, c \neq 1$  (換底公式)

6. 首數與尾數：①  $\log x = \log(a \cdot 10^n) = n + \log a$ ， $n$  為整數， $0 \leq \log a < 1$ ， $n$  稱為首數， $\log a$  稱為尾數

② 當首數  $= n > 0$  時，則  $k = n$  且  $x$  的整數位為  $(n+1)$  位

③ 當首數  $= -n < 0$  時，則  $k = -n$  且  $x$  的小數部分自小數點後第  $n$  位開始不為 0

7. 等差數列：① 後項-前項=定值(公差  $d$ ) 第  $n$  項  $a_n = a_1 + (n-1)d$

② 首  $n$  項和  $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$  = 等差中項  $\times n$

③ 若三數  $a, b, c$  成等差，則  $a + c = 2b$ ，稱  $b$  為等差中項

8. 等比數列：① 後項  $\div$  前項=定值(公差  $r$ ) 第  $n$  項  $a_n = a_1 \times r^{n-1}$

② 首  $n$  項和  $S_n = \begin{cases} na, & r = 1 \\ \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}, & r \neq 1 \end{cases}$

③ 若三數  $a, b, c$  成等比，則  $ac = b^2$ ，稱  $b$  為等比中項

9.  $\Sigma$  公式：①  $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$  ②  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  ③  $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

10. 重複組合：由  $n$  類不同物品中拿出  $m$  個，其方法數為： $H_m^n = C_m^{n+m-1}$

11.二項式定理：①設  $x, y \in R$  且  $n \in N$ ，則  $(x+y)^n = C_0^n x^n + C_1^n x^{n-1}y + \dots + C_k^n x^{n-k}y^k + \dots + C_{n-1}^n xy^{n-1} + C_n^n y^n$

②  $C_0^n + C_1^n + C_2^n + \dots + C_n^n = 2^n$ ， $C_0^n - C_1^n + C_2^n - \dots + (-1)^n C_n^n = 0$

12.條件機率：樣本空間  $S$  中，若事件  $B$  發生之下，事件  $A$  發生之條件機率，即  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$

13.獨立與事件： $A$  與  $B$  為獨立事件  $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

，若  $A$  與  $B$  為互斥事件  $\Leftrightarrow n(A \cap B) = 0 \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0$

14.標準差： $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \mu^2}$

15.相關係數： $r = \frac{\sum_{i=1}^n x'_i y'_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (\frac{x_i - \mu_x}{\sigma_x})(\frac{y_i - \mu_y}{\sigma_y})}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\mu_x \mu_y}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_x^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\mu_y^2}}$

16.迴歸直線方程式： $y$  對  $x$  的最適直線為  $y - \mu_y = m(x - \mu_x)$ ，其中  $m = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2}$

17.銳角三角函數： $\sin \theta = \frac{\text{對}}{\text{斜}}$   $\cos \theta = \frac{\text{鄰}}{\text{斜}}$   $\tan \theta = \frac{\text{對}}{\text{鄰}}$ ，廣義角三角函數： $\sin \theta = \frac{y}{r}$ ， $\cos \theta = \frac{x}{r}$ ， $\tan \theta = \frac{y}{x}$  ( $x \neq 0$ )

18.正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為三角形外接圓半徑)

19.餘弦定理： $\Delta ABC$  中， $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

20.和角公式：①  $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$  ②  $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$

③  $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \cdot \tan \beta}$

21.斜率：①兩點式設  $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$  若  $x_1 \neq x_2$ ，則直線方程式為  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$

②截距式：若  $x$  截距為  $a$ ， $y$  截距為  $b$ ，則直線方程式為  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

③若  $L_1$  與  $L_2$  之斜率分別為  $m_1$  及  $m_2$ ，則(1)  $L_1 // L_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$  (2)  $L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$

22.圓方程式：①標準式：已知圓心  $(h, k)$ ，半徑為  $r$  的圓方程式為  $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

②一般式： $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$  (由標準式展開) 圓心  $(-\frac{d}{2}, -\frac{e}{2})$ ， $r = \frac{1}{2} \sqrt{d^2 + e^2 - 4f}$

23.平面向量內積：設  $\vec{a} = (a_1, a_2)$ ， $\vec{b} = (b_1, b_2)$   $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = a_1 b_1 + a_2 b_2$  長度化內積： $|\vec{a}|^2 = \vec{a} \cdot \vec{a}$

$\vec{a}$  與  $\vec{b}$  垂直的充要條件  $\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

24.柯西不等式： $(a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) \geq (a_1 b_1 + a_2 b_2)^2$ ，等號成立  $\Leftrightarrow (a_1, a_2) = t(b_1, b_2)$